

عناصر الإجابة: الموضوع النموذجي 7 رياضيات العام (النوفيام) - مناظرة التاسعة

التمرين 1: أسئلة متعددة الاختيارات (3 ن)

- (1) 2027 فردي إذن $-2^{2027} = (-2)^{2027}$ ، و $4^{1013} = 2^{2026}$ ، فالعدد يساوي $-2^{2027}/2^{2026} = -2$. الجواب (ب).
- (2) المعدّل $11,5 = 230/20 = (24 + 50 + 96 + 60)/20 = (8 \times 3 + 10 \times 5 + 12 \times 8 + 15 \times 4)/20$. الجواب (أ).
- (3) أي 2002 رقمًا. الجواب (ج). $4^{1000} \times 25^{1001} = 2^{2000} \times 5^{2002} = (2 \times 5)^{2000} \times 5^2 = 25 \times 10^{2000}$ الرقمان 2 و 5 يليهما 2000 صفر،

التمرين 2: مقارنة أعداد: قوى وجذور ومقلوبات (3,5 ن)

- (1) $2^{30} = (2^3)^{10} = 8^{10}$ و $3^{20} = (3^2)^{10} = 9^{10}$ و $8 < 9$ مع عددين موجبين وأسس موجب، إذن $8^{10} < 9^{10}$ أي $2^{30} < 3^{20}$.
- (2) أ) $(\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{6} + \sqrt{5}) = 6 - 5 = 1$ إذن $1/a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ ؛ و $(\sqrt{7} - \sqrt{6})(\sqrt{7} + \sqrt{6}) = 7 - 6 = 1$ إذن $1/b = \sqrt{7} + \sqrt{6}$ ب) $\sqrt{7} > \sqrt{5}$ إذن $6\sqrt{7} > 5\sqrt{6}$ أي $6\sqrt{7} > 5\sqrt{6}$ أي $a < 1/b$ العددان موجبان فمقلوباهما يرتبان في الاتجاه المعاكس: $a > b$.
- (3) $a + 1/a = (\sqrt{6} - \sqrt{5}) + (\sqrt{6} + \sqrt{5}) = 2\sqrt{6}$ إذن $(a + 1/a)^2 = 4 \times 6 = 24$.

التمرين 3: تفكيك ومعادلة جذاء منعدم ومتراجعة (4,5 ن)

- (1) أ) $(3x - 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$ (متطابقة هامة). ب) $A = (3x - 1)^2 - (x + 3)(3x - 1) = (3x - 1)[(3x - 1) - (x + 3)] = (3x - 1)(2x - 4) = 2(3x - 1)(x - 2)$.
- (2) جذاء منعدم: $3x - 1 = 0$ أو $x - 2 = 0$ ، الحلان $1/3$ و 2.
- (3) $A = 2(3\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 2) = 2(6 - 6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2) = 2(8 - 7\sqrt{2}) = 16 - 14\sqrt{2}$.
- (4) أ) $2(3x - 1)(x - 2) = 2(3x^2 - 7x + 2) = 6x^2 - 14x + 4$ ب) $6x^2 - 14x + 4 \leq 6x^2 + 2$ تعني $-14x \leq 2$ أي $x \geq 1/7$ مجموعة الحلول $[1/7; +\infty[$.

التمرين 4: شبه منصرف قائم وطالس والعلاقات القياسية (4,5 ن)

- (1) أ) للرباعي AHCD ثلاث زوايا قائمة (في A و D و H) فهو مستطيل: $CH = AD = 6$ و $AH = DC = 8$ ، إذن HB ب) $AC^2 = AH^2 + CH^2 = 64 + 36 = 100$ إذن $AC = 10$ ؛ $BC^2 = HB^2 + CH^2 = 12,5^2 + 36 = 56,25$ إذن $BC = 7,5$.
- (2) $AC^2 + BC^2 = 100 + 56,25 = 156,25 = 12,5^2 = AB^2$ ، حسب عكس بيتاغور المثلث ABC قائم في C.
- (3) $CH^2 = 36$ و $AH \times HB = 8 \times 4,5 = 36$ المساواة صحيحة (علاقة قياسية في المثلث القائم ABC).
- (4) $(MN) \parallel (CB)$ ، حسب طالس في المثلث ACB: $AN/AB = AM/AC = MN/CB = 4/10$ ، إذن $AN = 5$ و $MN = 3$.
- (5) $(MN) \parallel (BC)$ و $(AC) \perp (BC)$ إذن $(AC) \perp (MN)$: المثلث AMN قائم في M ومساحته $(AM \times MN)/2 = 6$ cm².

التمرين 5: هرم قاعدته مستطيل ومقطع مواز للقاعدة (4,5 ن)

- (1) (SA) عمودي على المستوي (ABC) فهو عمودي على (AB) و (AD): $SB^2 = 36 + 64 = 100$ إذن $SB = 10$ ؛ $SD^2 = 36 + 25 = 61$ إذن $SD = \sqrt{61}$.
- (2 أ) (AB) $\perp$ (BC) (مستطيل) و (SA) $\perp$ (BC) (لأن (SA) $\perp$ (ABC))، و (AB) و (SA) متقاطعان في المستوي (SAB)، إذن (BC) $\perp$ (SAB). (ب) (BC) عمودي على كل مستقيم من (SAB) يمرّ من B، ومنه (BC) $\perp$ (SB): $SC^2 = SB^2 + BC^2 = 100 + 25 = 125$ إذن $SC = 5\sqrt{5}$.
- (3) $V = (AB \times BC \times SA)/3 = (40 \times 6)/3 = 80 \text{ cm}^3$.
- (4 أ) في المثلث SAB: (IJ) // (AB) و I منتصف [SA] إذن J منتصف [SB] و $IJ = AB/2 = 4$ وبالمثل K منتصف [SC] و $JK = BC/2 = 2,5$. (ب) الهرم SIJKL تصغير للهرم SABCD بنسبة $1/2$ ، فحجمه $80 \times (1/2)^3 = 10 \text{ cm}^3$ أو $(4 \times 2,5 \times 3)/3 = 10$.

عناصر إجابة من إعداد سكولار: تُقبل كل طريقة صحيحة أخرى.